

1.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{si } x < 3 \\ x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, se pide:

- Hacer la representación gráfica de dicha función.
- Hallar el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y la recta $y = 2x + 5$

2.- Dada la función $f(x) = 2e^{2x-2}$, halla la función primitiva $F(x)$ que cumple que $F(1) = 0$

3.- El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función

$$f(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000 \quad \text{si } 0 \leq t \leq 11. \text{ Calcular:}$$

- La cantidad de agua almacenada en el último año
- El año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo.
- El volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

4.- Hallar el área del recinto acotado limitado por la gráfica de la función

$f(x) = x^2 + 2x - 3$, la recta $y = x - 1$ y las rectas $x = 1$ y $x = 2$. Hacer una representación gráfica aproximada de dicha área.

5.- Hallar el valor del parámetro a para que se cumpla $\int_0^1 (ax^3 - 9x^2 + 10)dx = 2a$

6.- Dada la función $f(x) = x^2 - x - 2$, se pide:

- La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en $x=2$
- El área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^2 - x - 2$, su recta tangente en $x=2$ y la recta $x=3$.
- Hacer la representación gráfica de dicha área.

7.- Una empresa fabrica un determinado producto, que vende al precio unitario de 15 euros. La función de costes, que representa el coste (en euros) en función del número de unidades de producto, es $C(x) = 2x^2 - 45x + 300$, donde x es el número de unidades del producto. Hallar el número de unidades que ha de vender para obtener el máximo beneficio, y calcula el beneficio máximo.

8.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} m & -2 & 1 \\ 0 & m & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix}$ e $Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$.

- Calcula los valores de m para los cuales la matriz A no tiene inversa.
- Para $m=1$, determine la inversa de A .
- Para $m=1$, halle los valores de x , y , z para los que se cumple $A \cdot X = Y$.

9.- Sabiendo que: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, resuelve la

ecuación matricial $AX + C = 2X + B^t$

10.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & b \end{pmatrix}$, se pide:

- Calcula a y b para que se verifique la igualdad $A \cdot B = B \cdot A$.
- Calcula los números reales, c y d , para que se verifique la igualdad $A^2 + cA + dI = 0$
- Calcula todas las soluciones del sistema: $(A - I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

11.- Discute y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} ax + y + z = 2 \\ x + ay + z = 2 \\ x + y + az = a + 1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} ax + ay = 2 \\ 2x + (a + 1)y + z = 3 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

12.- Un alumno emplea en la compra de tres lápices, un sacapuntas y dos gomas tres euros. El coste de la compra dos lápices excede en cinco céntimos de euro al coste de la compra de un sacapuntas y una goma. Si cada lápiz costara cinco céntimos de euro más, entonces su precio duplicaría al de una goma. Halla el precio de los tres artículos.

13.- Julia, Clara y Miguel reparten hojas de propaganda. Clara reparte el 20% del total. Miguel reparte 400 hojas más que Julia. Por cada hoja que reparte Julia, Miguel reparte tres. Halla el número de hojas que reparte cada uno.

14.- En una residencia de estudiantes se compran semanalmente 110 helados de distintos sabores: vainilla, chocolate y nata. El presupuesto destinado para esta compra es de 540€ y el precio de cada helado es de 4€ el de vainilla, 5€ el de chocolate y 6€ el de nata. Conocidos los gustos de los estudiantes, se sabe que se ha de comprar el 20% más de helados de chocolate y de nata que de vainilla. ¿Cuántos helados de cada sabor se compran semanalmente?

10.- La carga máxima que puede transportar un camión es 12 toneladas y tiene que llevar dos materiales A y B a una obra en la que necesitan al menos 6 toneladas del material A y, además, que la cantidad de material B no sea inferior a la mitad de la cantidad de material A. El camión cobra 20€ por cada tonelada de material A y 20€ por cada tonelada de material B. Averiguar cuántas toneladas de material A y cuántas de material B debe transportar para maximizar su ganancia.

12.- Un supermercado confecciona dos lotes para vender un máximo de 200 quesos y 100 botellas de vino. El primer lote está compuesto por un queso y una botella de vino por 9€ y el segundo está formado por cinco quesos y una botella de vino por 15€ y se venden por lo menos 30 lotes. ¿Cuántos lotes de cada tipo se han de vender para obtener unos ingresos máximos sabiendo que?

13.- Dispongo de 120.000€ para invertir en acciones de la compañía A y acciones de la compañía B. Decido no invertir más de 100.000€ en la compañía B. Las acciones de la compañía A producen unas pérdidas del 10% y las acciones de la compañía B unas ganancias del 10% y queremos obtener unos beneficios de 5.000€, ¿cuánto dinero debo invertir en cada compañía para maximizar lo invertido en A?

14.- En una fábrica se producen dos tipos de aceite de oliva: aceite de oliva virgen y aceite de oliva virgen extra. La diferencia entre el doble de la producción de aceite de oliva virgen y la producción de aceite de oliva virgen extra no puede superar los 80000 litros. Además, el doble de la producción de aceite de oliva virgen más el triple de la producción de aceite de oliva virgen extra es menor o igual que 240000 litros. Cada litro de aceite de oliva virgen produce un beneficio de 1€, y cada litro de aceite de oliva virgen extra, 1'25€. Sabiendo que se deben producir, por lo menos, 30000 litros de aceite de oliva virgen, ¿cuántos litros de cada tipo de aceite se han de producir para poder obtener un beneficio máximo?

15.- Una fábrica tiene almacenados 1200kg de chocolate y 400 kg de almendras para producir dos tipos de tabletas. Las tipo A llevan 600gr de chocolate y 100gr de almendras y las tipo B llevan 200gr de chocolate y 100gr de almendras. Los beneficios por cada tableta de tipo A es de 1€ y el de cada unidad de B también. Sabiendo que el número de tabletas de A es, como mucho, el número de tabletas de B, ¿cuál es la cantidad óptima que debe fabricar de cada tipo para que los ingresos sean máximos?

16.- Una dieta animal debe contener un mínimo de 360mg de proteínas y 20mg de vitaminas consumiendo dos productos. El producto A tiene (por cada kg) 10mg de proteínas y 2mg de vitaminas, mientras que el producto B aporta (por cada kg) 30mg de proteínas y 1mg de vitaminas. Halla la dieta que minimiza el coste total sabiendo que cada kg de A y de B cuestan lo mismo.